

# Informationen zu den Ergebnissen der 61. Mathematikolympiade

Diese Übersicht wurde aus den Informationen im Auswertungs-Repo des Aufgabenausschusses automatisch generiert. **Zuarbeiten** können in digital auswertbarem Format per email an [graebe@informatik.uni-leipzig.de](mailto:graebe@informatik.uni-leipzig.de) eingereicht werden.

## Statistik

Statistik der uns gemeldeten Ergebnisse, geordnet nach Klassenstufen und Olympiadestufen. Angegeben sind jeweils die erreichte Durchschnittspunktzahl in Prozent der für diese Aufgabe erreichbaren Gesamtpunktzahl. Einige der vorgelegten Ergebnisse sind kumulativ über mehrere Klassenstufen erfasst und in diesem Fall der höchsten Klasse (etwa Klasse 13) zugeordnet.

### Klasse 3

	TN	610331	610332	610333	610334	610335
Bremen	26	95	88	56	72	58
MV	29	97	70	70	74	62

### Klasse 4

	TN	610431	610432	610433	610434	610435
Bremen	29	87	88	52	62	69
MV	44	79	60	62	70	62

### Klasse 5

	TN	610521	610522	610523	610524
BK Dresden	71	40	69	60	62
LaSuB Chemnitz	301	35	48	49	40
LaSuB Leipzig	236	33	57	53	49
WOG Leipzig	63	31	67	62	51

	TN	610531	610532	610533	610534
BK Chemnitz 6-8	39	31	73	61	42
Bremen	10	35	54	58	70
MV	27	38	66	64	57

## Klasse 6

	TN	610621	610622	610623	610624
BK Dresden	38	74	53	57	32
LaSuB Chemnitz	234	53	58	44	25
LaSuB Leipzig	198	50	50	45	20
WOG Leipzig	87	48	45	47	14

	TN	610631	610632	610633	610634	610635	610636
BK Chemnitz 6-8	37				79	86	49
BK Leipzig 6-8	23				80	96	71
Bremen	7	69		31		69	43
MV	17	82	90			73	50

## Klasse 7

	TN	610721	610722	610723	610724
BK Dresden	42	75	61	57	19
LaSuB Chemnitz	203	51	48	40	13
LaSuB Leipzig	133	56	49	33	17
WOG Leipzig	33	63	67	42	25

	TN	610731	610732	610733	610734	610735	610736
BK Chemnitz 6-8	33				53	34	17
BK Leipzig 6-8	21				52	62	33
Bayern	39	95	79	66	49	48	31
Bremen	19	85			60	48	17
MV	9	96	48	70	85	35	24

## Klasse 8

	TN	610821	610822	610823	610824
BK Dresden	39	70	64	41	23
LaSuB Chemnitz	167	67	55	31	32
LaSuB Leipzig	87	66	49	30	23
WOG Leipzig	16	67	57	29	32

	TN	610831	610832	610833	610834	610835	610836
BK Chemnitz 6-8	30				62	47	21
BK Leipzig 6-8	18				66	42	14
Bayern	42	62	52	71	78	50	25
Bremen	12	35	32	64	68	67	25
MV	20	39	41	68	78	31	19

	TN	610841	610842	610843	610844	610845	610846
Bundesrunde	53	69	26	41	89	31	43

## Klasse 9

	TN	610921	610922	610923	610924
BK Dresden	34	65	79	51	29
LaSuB Chemnitz	119	34	66	46	10
LaSuB Leipzig	41	40	74	42	17
WOG Leipzig	9	53	83	64	06

	TN	610931	610932	610933	610934	610935	610936
Bayern	41	76	28	24	44	51	28
Bremen	7	67	55	20	48	69	31
MV	7	76	35	16	40	35	14
Sachsen 9-12	33				48	56	23

	TN	610941	610942	610943	610944	610945	610946
Bundesrunde	44	67	94	58	80	38	09

## Klasse 10

	TN	611021	611022	611023	611024
BK Dresden	40	64	42	43	12
LaSuB Chemnitz	125	62	37	37	16
LaSuB Leipzig	30	68	46	47	14
WOG Leipzig	13	70	58	64	16

	TN	611031	611032	611033	611034	611035	611036
Bayern	32	39	38	23	58	76	31
Bremen	9	60	36	21	44	80	61
MV	9	50	35	06	52	65	33
Sachsen 9-12	29				55	81	29

	TN	611041	611042	611043	611044	611045	611046
Bundesrunde	37	64	63	35	84	58	19

## Klasse 11

	TN	611121	611122	611123	611124
LaSuB Leipzig	27	69	65	36	26
WOG Leipzig	12	69	72	40	29

	TN	611131	611132	611133	611134	611135	611136
Bayern	25	83	44	23	75	42	22
Bremen	13	71	31	31	60	30	19
Sachsen 9-12	20				58	25	26

	TN	611141	611142	611143	611144	611145	611146
Bundesrunde	33	90	43	16	82	36	25

## Klasse 12

	TN	611221	611222	611223	611224
BK Dresden	52	72	52	33	30
LaSuB Chemnitz	126	55	39	16	14
LaSuB Leipzig	8	55	54	31	36
WOG Leipzig	2	100	80	95	100

	TN	611231	611232	611233	611234	611235	611236
Bayern	22	67	43	24	81	31	29
Bremen	5	73	26	46	100	54	31
MV	16	81	13	26	80	37	12
Sachsen 9-12	13				77	40	19

	TN	611242	611243	611244	611245	611246
Bundesrunde	34	61	32	90	62	37

## Kommentare zu einzelnen Aufgaben und Stufen

In Klammern am Anfang der Bemerkung zur jeweiligen Aufgabe steht der Kontributor, welcher die Bemerkung eingereicht hat. Am Ende in Klammern steht ein Ordnungsvermerk, den der Kontributor helfen kann zu entschlüsseln<sup>1</sup>. Im Anhang finden Sie eine Liste der Kontributoren dieser Auswertung.

### Stufe 2

#### Allgemeine Bemerkungen zu dieser Stufe

(winter) WOG = Wilhelm-Ostwald-Gymnasium Leipzig. Dies ist eine Schule mit vertieftem math.-naturwiss. Profil (Spezialschule)

#### Bemerkungen zu den Aufgaben dieser Stufe

##### Klasse 5

###### *Aufgabe 610521*

(koks) Aufgabe wurde einmal anders ausgelegt – mehrere Mädchen an einer Stange. Typische Fehler: unterschiedliche Reckstangen nicht beachtet, nur zwei Schüler statt Paare betrachtet.

###### *Aufgabe 610522*

(koks) Bei Teilaufgabe c) wird von zwei Töchtern gesprochen. Dies ist nur im Fall von Drillingen möglich. "Kinder" wäre besser gewesen. Viele Schülerinnen und Schüler haben Gegebenheiten aus den Teilen a) und b) nach c) übernommen.

###### *Aufgabe 610523*

(koks) Gute Aufgabe. Uhrzeiten und Zeiträume wurden miteinander verrechnet.

###### *Aufgabe 610524*

(koks) Aufgabe gut verständlich. Schwierigkeiten vor allem bei der Punktaufteilung im Teil c) – 5 Punkte für 11 Ziffern. Schlüssige Begründungen und Bezug zur Spiegelung teilweise unvollständig.

##### Klasse 6

###### *Aufgabe 610624*

(koks) Nachweis häufig unvollständig. Division durch 6 – Anwendung der Teilbarkeitsregeln fehlte häufig, Quersumme.

##### Klasse 7

###### *Aufgabe 610723*

---

<sup>1</sup>Meist handelt es sich beim Kontributor um den Hauptverantwortlichen der jeweiligen Olympiaderunde, beim Ordnungsvermerk um den Korrektor oder Koordinator der jeweiligen Aufgabe.

(koks) Tolle Aufgabe! Begründungen bei Berechnung des Flächeninhalts häufig unvollständig. Einige schließen aus Beispielen auf Allgemeingültigkeit. Schönes Beispiel für Unterrichtsdiskussion zu "falsche Schlussfolgerung":  $u$  konstant  $\Rightarrow A$  konstant.

#### *Aufgabe 610724*

(koks) "Stück" ist umgangssprachlich, besser wäre "Teilstück" gewesen. Wurde teilweise falsch interpretiert. Die Begründung, dass eine größere Anzahl von Tagen nicht möglich ist, wurde in keiner Schülerlösung erbracht, weder in a) noch in b). Die Aufgabe wurde teilweise dahingehend missverstanden, dass täglich ein 1x1-Stück zu nehmen ist. Bei b) wurde teilweise argumentiert,  $B$  oder  $L$  können unendlich sein und damit auch die Zahl der Tage.

### **Klasse 8**

#### *Aufgabe 610821*

(koks) Fehlerquellen: "besser" als 1,5 überlesen und Durchschnitt 1,5 angenommen. "Note 1" in Mathematik überlesen, da die 1 auf der nächsten Zeile stand.

#### *Aufgabe 610823*

(koks) Die meisten verwenden die Behauptung im Beweis.

#### *Aufgabe 610824*

(koks) Aufgabe gab Raum für kreative Lösungsansätze. Leider fehlte häufig die Probe.

### **Klasse 9**

#### *Aufgabe 610921*

(koks) Aufgabe in Ordnung. Frage nach Eindeutigkeit ist verzichtbar. Lösungsvarianten: Systematisches Probieren, Teilverhältnisse.

#### *Aufgabe 610923*

(koks) Von uns verwendete Punktverteilung: a) Gemäß (2) die möglichen Zahlen für  $p$  finden (3). b) Mittels (4)  $p \leq 36$  ableiten (2). c) Varianten für  $(p, q)$  finden, Produkt berechnen, Quersumme berechnen, Quersumme testen (4). d) Die zwei Lösungen angeben (1).

### **Klasse 10**

#### *Aufgabe 611021*

(koks) Fehler oftmals auf nicht korrektes Lesen der Aufgabenstellung zurückzuführen.

#### *Aufgabe 611022*

(koks) Bewertung: zweistellige Primzahlen richtig notiert 2/2, ab 3 falsche Primzahlen -2, 1-2 falsche Primzahlen -1. Eingrenzung  $p \leq 36$  2/2. Durchprobieren (kaum ein Schüler hat Teilbarkeitsregeln angewendet) 4/4, wenn  $p = q$  nicht berücksichtigt -1. Ergebnisse (ohne Bestrafung früherer Fehler) 2/2.

#### *Aufgabe 611023*

(koks) Gute Aufgabe mit angemessener Schwierigkeit, die gut ausdifferenziert hat. Begründung für gleiche Schenkel im Dreieck DPE fehlte immer (-1). Verwendung von sin, cos,

tan ohne Rechtfertigung eines rechtwinkligen Dreiecks und ohne genaue Berechnungsmöglichkeit.

#### *Aufgabe 611024*

(koks) Aufgabe gut verständlich. Wurde selten über quadratische Gleichung und Untersuchung der Diskriminante gelöst. Stattdessen viel Text. Lösung häufig auf  $n$ -Angaben beschränkt, manchmal mit Angabe der Paare. Häufig nicht zielführende Überlegungen oder Begründungen.

### **Klasse 12**

#### *Aufgabe 611221*

(koks) Sehr schöne Aufgabe, klar und unmissverständlich formuliert.

#### *Aufgabe 611222*

(koks) Eine sehr schöne Aufgabenstellung, bei der man sofort Lust hat loszuknobeln. Aufgabe ist klar und unmissverständlich formuliert. Viele haben nur den Teil geschafft, in dem gezeigt wird, dass  $n$  ungerade sein muss. (4 oder 3 Punkte). Eine ganze Reihe von Teilnehmern hatte noch eine Idee für die richtige Strategie. Das saubere Begründen hat das Feld dann weiter aufgefächert.

#### *Aufgabe 611223*

(koks) Aufgabenstellung schön kurz und klar. Aufgabe fiel offenbar schwerer. Die Musterlösung über den Tangens halten wir für sehr unwahrscheinlich, dass sie gegangen wird. Bei uns kein Fall. Aber viele haben doch wenigstens zum Teil einen Zugang gefunden.

#### *Aufgabe 611224*

(koks) Aufgabenstellung kurz, klar, unmissverständlich. Fast alle Lösungen mit 7 und mehr Punkten haben Differenzialrechnung verwendet, ähnlich der Musterlösung. Auf die Idee der beiden Mittel mit vier (!) Variablen kam keiner. Sonst: Es gab 2 Punkte für die Reduktion auf  $b = 0$  und 1 Punkt, falls für ein bestimmtes Intervall für  $a$  die Ungleichung gezeigt wurde.

### **Stufe 3**

#### **Allgemeine Bemerkungen zu dieser Stufe**

(albers) Wir schreiben immer von Klasse 3 bis 12. Die Klassen 3 bis 7 haben nur einen Tag in ihren jeweiligen Schulen geschrieben, bei Klasse 6 und 7 mit einer Auswahl von 4 Aufgaben aus den insgesamt 6. Die Klassenstufen 8 bis 12 haben im üblichen (Zeit-)Umfang geschrieben, überwiegend aber allein zu Hause.

Die Teilnehmerzahlen waren bei der Regionalrunde praktisch die wie vor Corona, zur Landesrunde habe ich allerdings die Qualifikationsgrenzen verschärft, so dass die Teilnehmerzahlen etwas verringert wurden (um die Organisation an den Schulen zu erleichtern).

Die Beweisaufgaben in Klasse 7 590735c und 590736 wurden von niemandem vollständig gelöst. In der 590736 (Geometrie) bestenfalls Ansätze.

Klasse 9 war an beiden Tagen ein totaler Ausfall. Die wenigen Punkte wurden überwiegend von zwei SchülerInnen erzielt.

(jagnow) Klasse 11/12 gemeinsam erfasst. In Kl. 6 nur ein Klausurtag mit 4 Aufgaben.

## Bemerkungen zu den Aufgaben dieser Stufe

### Klasse 6

#### *Aufgabe 610634*

(winter) Das Problem hier ist die Aufgabenstellung selbst. Gibt es überhaupt eine solche Reihenfolge? Die gibt es hier tatsächlich – aber eher "zufällig", weil es jeweils eine ungerade Anzahl von Kindern ist (wobei 2 auch möglich wäre). Wenn man die Musterloesung anschaut, so wird überhaupt nicht darauf eingegangen, dass eine solche Reihenfolge eben nicht immer existiert. Es wird nur die Gesamtzahl der Ballwechsel ausgerechnet. Eigentlich löst die Musterlösung eine andere Aufgabe.

Ich hatte in der Erstkorrektur allen Schülern jeweils einen Punkt abgezogen, wenn sie z.B. bei a) so etwas geschrieben haben wie "Kind 1 wirft zu 2, 3, 4 und 5; Kind 2 dann zu 3, 4 und 5; ...", denn das ist ja nun wirklich nicht mit EINEM Ball, der IN EINER VORGEGEBENEN REIHENFOLGE einander zuzuwerfen ist, machbar. Der Punktabzug erfolgte übrigens nicht pro Aufgabenteil, sondern nur einmal für die gesamte Aufgabe.

Allerdings wurde dies vom Koordinator rückgängig gemacht mit dem Hinweis auf die Musterloesung, die jedoch nicht die tatsächlich gestellte Aufgabe löst, wie man ja – übertragen auf das Beispiel von 4 Kindern – sofort sieht.

Wenn man die Schueler einfach ausrechnen lassen will, wie viele Verbindungen es zwischen  $n$  Punkten gibt (dafür steht ja die Musterloesung), dann sollte man nicht irgendeine gekünstelte Anwendung drüberlegen. Das geht meistens schief. (Aber so sind halt die modernen Zeiten. Alles muss irgendeinen Pseudoanwendungsbezug haben.)

Was die Schülerleistungen betrifft, so war die Aufgabe sehr leicht – wenn man die Reihenfolgenproblematik außer Betracht lässt. Die haben nicht alle beachtet. Kleine Probleme gab es beim Errechnen des Werts bei 29 Kindern. (c. fleischhack)

#### *Aufgabe 610635*

(winter) Aufgabe war für die Landesrunde zu einfach. Interessant: Es gab auch Lösungen mit Hilfe eines Diagramms.

#### *Aufgabe 610636*

(winter) Der Schwierigkeitsgrad war angemessen. Bei der Bruchrechnung wurde teilweise addiert statt multipliziert.

Die Aufgabe ist weitgehend identisch mit der Wochenaufgabe 503 (Thomas Jahre Schulmodell, 2016).

### Klasse 7

#### *Aufgabe 610734*

(winter) Ca. 6 Teilnehmer haben eine Gewinnstrategie gefunden, die sich kurz formulieren lässt. Viele weitere Teilnehmer haben richtig erklärt, wie Mia spielen kann, um zu gewinnen, ohne aber alle Antwortmöglichkeit von Hannah zu berücksichtigen. Vielen Teilnehmern fehlt es noch am Verständnis und an der Technik dafür, dass die Siegmöglichkeit für Mia nachgewiesen werden soll. Die Aufgabe war angemessen für diese Wettbewerbsstufe. (k.-d. kuersten)

#### *Aufgabe 610735*

(winter) In der Aufgabenformulierung fehlt die Aussage, dass Ivanka außer den genannten Summen 103, 122, 141 keine weiteren Summen erhält. Dies machte eine gerechte Bewertung sehr schwer, zumal die Korrektoren angesichts der dezentralen Durchführung des Wettbewerbs nicht wissen konnten, welche Hinweise gegeben wurden. Ca. 4 Teilnehmer sind von der wörtlich verstandenen Aufgabenformulierung ausgegangen.

Ansonsten wurden die Zahlen von fast allen Teilnehmern gefunden, und in etwa der Hälfte der Lösungen wurden die gesuchten Zahlen (eventuell mit Lücken in der Argumentation) eindeutig bestimmt. Ungleichungen zwischen den Zahlen wurden sehr selten verwendet.

Mit genauerer Formulierung wäre diese Aufgabe angemessen für diese Wettbewerbsstufe. (k.-d. kuersten)

#### *Aufgabe 610736*

(winter) Fast alle Teilnehmer haben die Übereinstimmung in jeweils zwei entsprechenden Seitenlängen bemerkt, aber den weiteren wesentlichen Lösungsschritt haben nur ca. 4 von ihnen (mit jeweils individueller Idee) gefunden.

Die Aufgabe war angemessen. Sie war eigentlich leicht, aber geometrische Kenntnisse sind vermutlich im Teilnehmerkreis noch nicht weit entwickelt. (k.-d. kuersten)

### **Klasse 8**

#### *Aufgabe 610834*

(winter) Die Aufgabe war als Einstiegsaufgabe gut geeignet. Mehr als die Hälfte der Teilnehmer kamen gut bis sehr gut mit der Aufgabe zurecht. Der Schwierigkeitsgrad war angemessen. Aufgrund der Redundanz einiger Voraussetzungen und möglicher Abschätzungen, die aus den Währungsangaben direkt ablesbar waren ( $1S > 10H$ ,  $1G > 17S$ ), gab es viele verschiedene sinnvolle Lösungsansätze. Einige Teilnehmer hatten das Problem, den Gewinnanteil als Produkt aus Wert und Dauer der Anlage zu erkennen. (a. schueler)

#### *Aufgabe 610835*

(winter) Die Aufgabe ist gut verständlich. Nur 1-2 Schüler haben nicht beachtet, dass bei den Zahlen mit Ziffer 1 auch die Zahlen 1-99 mitgezählt werden.

Die Einstiegshürde für die Schüler ist sehr klein. Sie können durchaus mit probieren starten und dabei auch Lösungen finden.

Aus dem Probieren entstehen dann sehr viele verschiedene Ideen, wie man das systematisieren und ordentlich begründen kann. Ich war wirklich überrascht wie viele verschiedene Strategien die Schüler hier gefunden haben (z.B. von oben zählen, von unten zählen, grafisch, in Zweierschritten, mit Tabellen, mit einer Gleichung).

Mit dem Probieren, Systematisieren und Begründen sind die Schüler auch sehr verschieden weit gekommen, womit die Aufgabe gut streut. Dabei gab es auch alle möglichen Konstellationen (von richtigen Lösungen, aber (fast) keine Begründung bis (fast) die komplette Begründung, aber nicht alle oder falsche Lösungen).

Eine Schwierigkeit für die Schüler ist sicher, dass sie in den meisten Lösungen relativ oft die Zahlen mit mindestens einer Ziffer 1 bis zur Zahl  $x$  bestimmen. Dabei passieren dann leicht mal kleine Fehler, womit doch ein paar Schüler auf knapp falsche Lösungen gekommen sind (z.B. 162 statt 160). (s. kuersten)

### *Aufgabe 610836*

(winter) Diese Aufgabe war sehr schwer; nur vier von 20 Teilnehmern haben Teil a) der Aufgabe gelöst. Teil b) wurde von keinem gelöst.

Ein sehr verbreiteter Fehler beim Beweisen von a) lag darin, dass irgendwelche bekannten Parallelogrammeigenschaften als gegeben angenommen wurden (etwa die Parallelität der Geraden AI und BH bzw. AH und BI; oder M ist Mittelpunkt von Strecke HI). Daraus wurde dann abgeleitet, dass die Nebenwinkel sich zu  $180^\circ$  ergänzen oder die Gegenwinkel gleich sind, also weitere Parallelogrammeigenschaften. Die Voraussetzungen der Aufgabe (IC ist Durchmesser des Umkreises, H ist Höhenschnittpunkt) wurden oft völlig ignoriert. Viele scheiterten schon am Erstellen einer sauberen, großen, aussagekräftigen Skizze – viele Skizzendreiecke waren fast gleichseitig. (a. schueler, c. fleischhack)

## **Klasse 9**

### *Aufgabe 610934*

(schaefer) Für Aufgabenteil b) wurden oft irrtümlich die Voraussetzung von Teil a) herangezogen.

### *Aufgabe 610936*

(schaefer) Mit Teil a) gab es kaum Probleme, wenn man Termumformungen beherrschte. Erschreckend allerdings, dass 4 der 30 Teilnehmer, die die Aufgabe überhaupt bearbeitet haben, da abenteuerliche Vorstellungen hatten.

Bei Teil b) wurde oft erkannt, dass die Ungleichung für  $a \leq 1/3$  dann auch gilt (noch kein Punkt). Einige TN haben wenigstens zielgerichtet umgeformt und waren dann in der Lage zu zeigen, dass die Ungleichung für  $a \geq 1$  (1 TN), für  $a \geq 1/2$  (1 TN) nicht gilt oder für  $a \leq 2/5$  (1 TN) gilt. Kein TN hat den Charakter einer quadratischen Funktion erkannt und folglich fehlten stets wenigstens 4 Punkte.

## **Klasse 10**

### *Aufgabe 611034*

(schaefer) Siehe 610934.

### *Aufgabe 611036*

(schaefer) Als Aufgabe 6 hat die Aufgabe korrekterweise den Anspruch, schwer zu sein.

c) Von den meisten Schülern konnte ein Gegenbeispiel erbracht werden. Es war nicht trivial, aber dennoch recht einfach zu erledigen, also zwei leichte Punkte.

a) Die Schüler haben meistens herausgefunden, dass die Münzwerte von einer zur nächsten Zahl mindestens das Zweifache betragen und dass das wohl die Bedingung sei, weshalb der Algorithmus funktionieren würde. Dass es für diese Aussage ein Gegenbeispiel gibt (1, 4, 9 und daraus  $12 = 9+1+1+1 = 4+4+4$ ), hat dann natürlich die Argumentation, die auf dem "mindestens Zweifachen" fußte, sofort zunichte gemacht. Es gab zwei zaghafte Ansätze, über einen indirekten Beweis und eine "Lückendiskussion" zum Ziel zu kommen, beide wurden honoriert, aber der Beweis war dennoch nicht perfekt ausformuliert.

b) Wer in a) einen falschen Ansatz gewählt hat und das in b) verallgemeinern will, kommt natürlich nicht zum Ziel.

Fazit: Wenn eine Musterlösung (die bekanntermaßen normalerweise eher kurz und knackig gehalten wird) mehr als eine dichtbeschriebene A4-Seite Text enthält, sollte man hinterfragen, ob diese Aufgabe für eine 3. Stufe geeignet ist. Ich fand die Aufgabe jedenfalls nicht passend und habe mich auch nicht darüber gewundert, dass die Schüler mehrheitlich "Angstprosa" abgeliefert haben. Das Ergebnis, dass bis auf 2 Lösungen sämtliche Arbeiten mit 0-2 Punkten bewertet werden mussten, zeigt, dass die Aufgabe zu schwer war. Es war noch nicht der "Pirlsche Hammer" aber gefühlt nahe dran ;) (m. kugel)

## Klasse 11

### *Aufgabe 611134*

(schaefer) Siehe 611234

## Klasse 12

### *Aufgabe 611234*

(schaefer) Die Aufgabe war zu leicht. Bei vielen Schülern artete sie in eine Fleißaufgabe aus alle Fälle zu betrachten. Vielleicht wäre es sinnvoller gewesen, eine beliebige Tiefe der Verschachtelung von  $f(x) = |x - 3|$  zu fordern.

### *Aufgabe 611235*

(schaefer) Zur Aufgabenstellung: Schwierigkeitsgrad angemessen. Nicht so viel Geometrie, aber gut kombiniert mit einer Rechenaufgabe. Lässt sehr viele verschiedene Lösungsmöglichkeiten zu. Im Prinzip musste man nur genügend viele Gleichungen zu den 3 Radien und zu den Seiten des Dreiecks BPF aufstellen. Geschickte Auswertung und zielgerichtete Umformung führte dann fast immer zum Ziel.

Zu den Schülerlösungen: Die vielen Lösungsmöglichkeiten wurden genutzt, kaum zwei auch nur ähnliche Lösungen. Oft unvollständige Begründung einzelner Schritte, überwiegend liederliche Skizzen. Rechenfehler bzw. Fehler bei notwendigen Umformungen. Originelle Lösungen über Tangensfunktion bzw. Inkreisradius. (m. ketelsen, u. hutschenreiter, a. noack)

### *Aufgabe 611236*

(schaefer) Diese Aufgabe wurde von keinem Schüler vollständig gelöst. Im Durchschnitt gab es  $1/5$  (in Klasse 12) bzw.  $1/4$  (in Klasse 11) der Punktzahl. Die Aufgabe war für eine Landesrunde zu schwer, für eine Bundesrunde wäre sie angebracht.

Paritätsuntersuchungen wurden gemacht, aber oft nicht ausreichend. Bei der vereinfachten Gleichung  $n^4 = 2k(k + 1)$  wurde die Teilerfremdheit meist nicht erkannt und damit auch nicht die wichtige Zerlegung in zwei vierte Potenzen auf der rechten Seite. Wenige Schüler stellten Kongruenzbetrachtungen modulo 2,4,5,8,10 an und erhielten, dass  $n$  durch 10 teilbar sein muss. Die dahinterstehende Pellsche Gleichung  $1 + 2n^2 = m^2$  wurde als solche nicht erkannt. (a. schueler)

## Stufe 4

### Bemerkungen zu den Aufgaben dieser Stufe

#### Klasse 8

##### *Aufgabe 610841*

(mo) Aufgabenstellung klar formuliert, geeigneter Einstieg mit fairer Tiefe. Typische Fehler: Zwei doppelt gezählte Wörter übersehen. Fehler bei Berechnung der NE-bereinigten Anzahl von Wörtern  $\frac{61}{2 \cdot 2} \neq 180$ ).

##### *Aufgabe 610842*

(mo) Aufgabenstellung wurde von fast allen Schülern verstanden. 3/4 der Schüler fanden keinen zum Ziel führenden Lösungsansatz. Bei den unvollständigen Lösungen fehlten korrekte Begründungen für die "Rückrichtung". Erfolgreicher Zugang über Umkehrung des Thales-Satzes.

##### *Aufgabe 610844*

(mo) Schöne Einstiegsaufgabe, angemessen für Klasse 8, kaum Probleme beim Verständnis, Aufgabe gut formuliert. Viele klar strukturierte Lösungen, Formeln werden selten verwendet, mehr verbale Argumentation. Lösungen der Schüler\*innen zeigen Unterschiede im Umgang mit Einheiten. Hier sollte eine einheitliche Stellungnahme durch den Aufgabenausschuss erarbeitet werden.

##### *Aufgabe 610845*

(mo) Aufgabenstellung klar formuliert, bereitete keine Probleme. Keine Lösung entsprach vollständig der Musterlösung. Lösung (n=2,3,6) wurde gefunden, allerdings konnte in 39 von 56 Lösungen nicht bewiesen werden, dass es die einzigen sind.

##### *Aufgabe 610846*

(mo) Eine anspruchsvolle Aufgabe. Aufgabenstellung ist klar formuliert, fällt nicht durch Originalität auf. Die Größe des Winkels konnten viele erraten, einen korrekten Beweis fast keiner führen. Viele nehmen einen Zusammenhang an, den sie nicht beweisen können, um daraus auf die Winkelgröße zu schließen. Alle haben die Aufgabenstellung verstanden. Manchen fällt das vollständige Begründen noch schwer. Typische Fehler: Ablesen der Ähnlichkeit von Dreiecken ohne Begründung. Zirkelschlüsse.

#### Klasse 9

##### *Aufgabe 610942*

(mo) Häufig wurde angefragt, was ein Drachenviereck ist. Einigen Schülern war unklar, dass sich Winkelgrößen auf orientierte Winkel beziehen. Aufgabe wurde meist über Winkeljagd gelöst, entweder über Kongruenz der Dreiecke ABE und ACD oder von AEC und EDC sowie Beobachtung, dass ein dritter Winkel  $60^\circ$  ist und somit AED gleichseitig. Komplexe Dreihargumente wie in der Musterlösung kamen nicht vor.

##### *Aufgabe 610943*

(mo) Einfach für dritte Aufgabe. Aus "parallel zu Würfelseiten" folgt Ganzzahligkeit eigentlich nicht sofort. Nicht in Musterlösung vorhanden und von uns auch nicht mit Punktabzug bestraft.

### *Aufgabe 610945*

(mo) Aufgabe angemessen. Typische Fehler: Aus der Symmetrie der Figur wurde auf die Symmetrie der Lösung geschlossen (ohne die in der Aufgabestellung gegebene Eindeutigkeit zu benutzen).

### *Aufgabe 610946*

(mo) Ein paar wenige Schüler haben falsch interpretiert, dass Produkt und Summe die gleiche 6er-Potenz sein sollen. Aufgabe angemessen, Abschneiden enttäuschend. Wenig Probieren für kleine Summen. Nur ein Schüler findet Beispiel für  $n = 4$ . Ausgehend von  $1, 1, \dots, 1$  werden 1er ergänzt, um von  $n = 6^k$  auf kleinere  $n$  zu schließen. Dies hat ein Schüler zu einem Existenzbeweis für alle  $n \geq 14$  geführt. Ist viel anstrengender als die Musterlösung. Niemand hat  $n = 2$  vollständig behandelt!

## **Klasse 10**

### *Aufgabe 611042*

(mo) Siehe 610943

### *Aufgabe 611045*

(mo) Aufgabe hat differenziert.

### *Aufgabe 611046*

(mo) Formulierung führte zu Anfragen. Aufgabe sehr schwer, mit leichtem Anteil (induktiv) und nicht gelöstem Anteil. Fälle, in denen die  $n$  Zahlen existieren, wurden durchwachsen behandelt. Fälle, in denen das nicht geht ( $n=2,3,4$ ) erwiesen sich als schwer, nur  $n = 2$  wurde zuweilen bewältigt,  $n = 3$  einmal,  $n = 4$  gar nicht.

## **Klasse 11**

### *Aufgabe 611141*

(mo) Siehe 611141

### *Aufgabe 611144*

(mo) Sehr leichte Einstiegsaufgabe. Fehler: unsaubere Argumentation beim Abstiegsprinzip, fehlende Begründung für  $v^2 = 2y^2 \Rightarrow v = y = 0$ , falsche Schlussrichtung bei Reduktion auf  $ggT(x, y, u, v) = 1$ . Varianten: "unendlicher Abstieg", "minimale Lösung", Betrachtung anderer Module.

### *Aufgabe 611146*

(mo) Erwartet schwierig, Aufgabenstellung klar. Wenige vollständig richtige Lösungen. Erfolgreiche Lösungen folgen im Wesentlichen der Beispiellösung. Typischer Fehler: Cauchy (implizite Regularitätsannahme).

## **Klasse 12**

### *Aufgabe 611242*

(mo) Aufgabe wurde verstanden und von fast allen Schülern bearbeitet. Meist richtig verstanden und zumindest Teillösungen gefunden. Typische Fehler: Für die Nutzung von Fer-

matpunkten als Optimalpunkt wurden die Voraussetzungen ungenügend beachtet.

*Aufgabe 611243*

(mo) Aufgabe wird als sehr schwer eingeschätzt, angemessen für eine dritte Aufgabe. Schwieriger Einstieg, nahezu eine Alles-oder-Nichts-Aufgabe. Nur wenige vollständige Lösungen, viele Schüler fanden keinen Zugang. Varianten: Verwende den Satz von Ptolemäus (zweimal elegant und kürzer als die Musterlösung), baryzentrische Koordinaten (einmal erfolgreich), Ideen aus der projektiven Geometrie.

*Aufgabe 611244*

(mo) Leichte Aufgabe, die von fast allen fast vollständig gelöst wurde. Angemessene Einstiegsaufgabe. Einmal eine elegantere Version der ersten Musterlösung.

*Aufgabe 611246*

(mo) Siehe 611146

## Beiträge zu dieser Auswertung lieferten

### albers

Raimund Albers, Universität Bremen, Bremen  
email: [reimund.albers@icloud.com](mailto:reimund.albers@icloud.com)

### gabler

Ina Gabler, Grundschule Jocketa  
email: [grundschule@gemeinde-poehl.de](mailto:grundschule@gemeinde-poehl.de)

### jagnow

Ingrid Jagnow  
email: [ijagnow@arcor.de](mailto:ijagnow@arcor.de)

### koenig

Helmut König, Chemnitz  
email: [HHW.Koenig@t-online.de](mailto:HHW.Koenig@t-online.de)

### kokschi

Norbert Kokschi, TU Dresden  
email: [Norbert.Kokschi@tu-dresden.de](mailto:Norbert.Kokschi@tu-dresden.de)

### loho

Georg Loho, Landesbeauftragter Bayern  
email: [info@mo-by.de](mailto:info@mo-by.de)

### mo

Auswertung durch die Koordinatoren der Bundesrunde

### schaefer

Martin Schäfer, TU Chemnitz  
email: [schaefer76.m@gmail.com](mailto:schaefer76.m@gmail.com)

### winter

Bernd Winter, Gymnasium Leipzig-Engelsdorf  
email: [Winter.Bernd@gymeng.lernsax.de](mailto:Winter.Bernd@gymeng.lernsax.de)