Informationen zu den Ergebnissen der 60. Mathematikolympiade

Diese Übersicht wurde aus den Informationen im Auswertungs-Repo des Aufgabenausschusses automatisch generiert. **Zuarbeiten** können in digital auswertbarem Format per email an `graebe@informatik.uni-leipzig.de` eingereicht werden.

Statistik

Statistik der uns gemeldeten Ergebnisse, geordnet nach Klassenstufen und Olympiadestufen. Angegeben sind jeweils die erreichte Durchschnittspunktzahl in Prozent der für diese Aufgabe erreichbaren Gesamtpunktzahl. Einige der vorgelegten Ergebnisse sind kumulativ über mehrere Klassenstufen erfasst und in diesem Fall der höchsten Klasse (etwa Klasse 13) zugeordnet.

Klasse 3

	TN	600331	600332	600333	600334	600335
MV	21	40	76	64	70	73

Klasse 4

	TN	600431	600432	600433	600434	600435
MV	16	88	60	33	87	50

Klasse 5

	TN	600521	600522	600523	600524
LaSuB Chemnitz	92	64	82	47	50
LaSuB Leipzig	78	70	76	44	53

	TN	600531	600532	600533	600534
Berlin	55	45	42	25	25
MV	28	82	68	41	61

Klasse 6

	TN	600621	600622	600623	600624
LaSuB Chemnitz	72	80	44	60	71
LaSuB Leipzig	66	83	36	65	69
WOG Leipzig	4	90	100	90	88

	TN	600631	600632	600633	600634
Berlin	52	53	61	31	58
MV	23	61	84	68	75

Klasse 7

	TN	600721	600722	600723	600724
LaSuB Chemnitz	71	71	65	65	53
LaSuB Leipzig	53	63	56	48	34
WOG Leipzig	2	85	70	95	70

	TN	600731	600732	600733	600734	600735	600736
BK Leipzig 7-8	8				56	61	48
Berlin	58	63			68	32	23
MV	21	58	64	62	75	45	10

Klasse 8

	TN	600821	600822	600823	600824
LaSuB Chemnitz	63	79	54	42	23
LaSuB Leipzig	37	64	49	33	22
WOG Leipzig	3	100	100	83	60

	TN	600831	600832	600833	600834	600835	600836
BK Leipzig 7-8	5				07	80	23
Berlin	35	38	30	21		50	
MV	10	61	83	50	08	67	55

	TN	600841	600842	600843	600844	600845	600846
Bundesrunde	62	83	67	37	47	45	34

Klasse 9

	TN	600921	600922	600923	600924
LaSuB Chemnitz	33	73	60	39	23
LaSuB Leipzig	22	66	16	20	20
WOG Leipzig	2	100	100	65	50

	TN	600931	600932	600933	600934	600935	600936
Berlin	34	56	20		33		17
MV	6	100	39	32	62	14	32

	TN	600941	600942	600943	600944	600945	600946
Bundesrunde	30	92	63	42	71	55	52

Klasse 10

	TN	601021	601022	601023	601024
LaSuB Chemnitz	26	57	43	34	18
LaSuB Leipzig	32	63	29	45	20
WOG Leipzig	3	87	83	50	40

	TN	601031	601032	601033	601034	601035	601036
Berlin	39	53	17		46		21
MV	12	88	29	02	81	29	18

	TN	601041	601042	601043	601044	601045	601046
Bundesrunde	31	85	43	36	85	66	20

Klasse 11

	TN	601121	601122	601123	601124
LaSuB Leipzig	5	74	08	16	38

	TN	601131	601132	601135	601136
Berlin	32	36	36	53	20

	TN	601141	601142	601143	601144	601145	601146
Bundesrunde	39	68	21	56	64	19	10

Klasse 12

	TN	601221	601222	601223	601224
LaSuB Chemnitz	30	51	41	49	19
LaSuB Leipzig	3	93	43	63	30
WOG Leipzig	2	95	65	90	40

	TN	601231	601232	601233	601234	601235	601236
Berlin	27	44	59			53	25
MV	17	79	59	36	100	77	40

	TN	601241	601242	601243	601244	601245	601246
Bundesrunde	34	72	27	22	73	45	08

Kommentare zu einzelnen Aufgaben und Stufen

In Klammern am Anfang der Bemerkung zur jeweiligen Aufgabe steht der Kontributor, welcher die Bemerkung eingereicht hat. Am Ende in Klammern steht ein Ordnungsvermerk, den der Kontributor helfen kann zu entschlüsseln[1]. Im Anhang finden Sie eine Liste der Kontributoren dieser Auswertung.

Stufe 3

Allgemeine Bemerkungen zu dieser Stufe

(jagnow) Klasse 11/12 gemeinsam erfasst. In Kl. 6 nur ein Klausurtag mit 4 Aufgaben.

Bemerkungen zu den Aufgaben dieser Stufe

Klasse 7

Aufgabe 600734

(winter) Angemessener Schwierigkeitsgrad/eher leicht. Die meisten Schüler haben die Aufgabe gelöst. Der häufigste Fehler war zu denken, dass die Söhne die Hälfte, ein Viertel und ein Achtel des Gesamtgeldbetrages bekommen plus eins, zwei bzw drei Euro. Den meisten Schülern fiel eine verständliche Darstellung ihres Lösungsweges schwer. Die meisten Schüler haben rückwärts gearbeitet, beginnend mit dem letzten Sohn. Zwei von 8 Teilnehmern arbeiteten (mehr oder weniger erfolgreich) mit Variablen und Gleichungen, der Rest nutzte Zahlen und Prosa. (schueler)

Aufgabe 600735

(winter) Angemessener Schwierigkeitsgrad, mittelschwere Aufgabe. Teil a) wurde von allen gelöst. Mitunter komplizierte Herleitung der Gaußschen Summenformel, anstelle der einfachen Verwendung derselben. Keine oder wenige Kenntnis der Kombinatorik (Binomialkoeffizienten). Teil b) Viele haben n=4,5 richtig ermittelt. Aber kaum ein Ansatz für die Untersuchung von p = n(n-3)/2, da das Aufstellen dieser Gleichung vielen nicht gelang. Ersatz waren lange Tabellen, Heuristik. (schueler)

Aufgabe 600736

(winter) Angemessener Schwierigkeitsgrad, gut geeignet als mittelschwere Geometrieaufgabe. Zwei Schüler hatten Probleme mit der Flächenformel für allgemeine Dreiecke ($A = 1/2 * ab$ anstelle von $A = 1/2 * a * h_a$). Die Gleichheit der Höhen im Dreieck ABC und Dreieck CC'B' (zur Grundseite AC bzw C'C) wurde behauptet, aber nicht bewiesen (zwei Schüler). Zwei Teilnehmer berechneten die Flächen anhand von Zeichnungen, Messungen und darauf gegründeten Berechnungen. (schueler)

Klasse 8

Aufgabe 600834

[1] Meist handelt es sich beim Kontributor um den Hauptverantwortlichen der jeweiligen Olympiaderunde, beim Ordnungsvermerk um den Korrektor oder Koordinator der jeweiligen Aufgabe.

(winter) Die Aufgabe hat die Teilnehmer komplett überfordert, besonders als Einstiegsaufgabe. Nur einer von fünf TN hat überhaupt einen synthetisch-geometrischen Weg eingeschlagen, die anderen haben in mehr oder weniger exakten Zeichnungen gemessen. (graebe)

Aufgabe 600835

(winter) Die Aufgabe wurde deutlich besser bewältigt als 600834. Schnell wurde die etwas zu kleine Minimalvariante berechnet und dann mehr oder weniger genau argumentiert, welche der darüber liegenden Varianten die Lösung ist. (graebe)

Aufgabe 600836

(winter) In zwei Fällen wurde nur der Fall a=b untersucht, mehr oder weniger exakt, ohne die Einschränkung zu begründen. Eine dritte Lösung argumentierte qualitativ, dass a¿b und b¿a sein müsse, was der unten angegebenen Lösungsvariante nahe kommt. Zwei weitere TN mit 0 Punkten ohne sinnvollen Zugang zur Aufgabe.

Deutlich einfacher als die Musterlösung ist der folgende Ansatz: $a^2 - 2b \leq (a-1)^2$, also $a - 1/2 \leq b$ und genauso $b \leq a + 1/2$. Wegen Ganzzahligkeit muss a=b sein usw. (graebe)

Stufe 4

Bemerkungen zu den Aufgaben dieser Stufe

Klasse 8

Aufgabe 600841

(mo) Die Aufgaben haben sehr viele Starter gut gelöst, eventuell mit kleinen Abstrichen. Die Lösungen waren i.d.R. der Musterlösung ähnlich. Typische Probleme:

- Das Alter einer Person in einem Jahr zum Neujahrstag wurde oft fälschlich als Differenz der Jahreszahl und der Geburtsjahrs angegeben; korrekt ist aber diese Differenz minus 1, da der Geburtstag im Sommer liegt.
- Es fehlen in der Regel Monotonieargumente, warum es genügt n=44 und n=46 auszuschließen. (kein Punktabzug, wenn mit Quadratzahlen gearbeitet wurde, i.d.R. Punktabzug, wenn mit $n^2 - n$ gearbeitet wurde, da das hier nicht offensichtlich ist)
- Der Ausschluss von $n \geq 46$ war oft sehr schwammig, n^2 darf nicht in der Zukunft liegen ist falsch, korrekt ist, dass $n^2 - n$ nicht in der Zukunft liegen darf.
- Es stehen Gleichungen zusammenhangslos untereinander, Variablendefinitionen fehlen.

Aufgabe 600842

(mo) Es gibt zu der Aufgbe wenig zu bemerken. Sie wäre vom Schwierigkeitsgrad evtl. als erste Aufgabe am zweiten Tag besser platziert gewesen, aber so waren die Aufgaben des zweiten Tages etwas schwerer, was auch für diese Online-Runde sehr gut gepasst hatte, da die Korrektur keine strengen zeitlichen Grenzen hatte.

Aufgabe 600844

(mo) In der Aufgabenstellung hätte man konkret angeben können, wovon der Anteil genommen wird (Anzahl aller Kugeln in der Lostrommel); einige Starter haben den Anteil fälschlich als den Anteil der roten an den blauen Kugeln interpretiert (was keinen Sinn macht, da es keine Teilmenge ist).

Die Aufgabe ist gemischt ausgefallen, die formalen Hürden werden hier sichtbar. Die meisten Lösungen folgten in etwa der Musterlösung, wobei in der Regel mit Variablen für die Anzahl der roten bzw. blauen Kugeln gearbeitet wurde (statt der Gesamtzahl). Die Begründung, dass $r < 6$ gelten muss, kann man auch schön direkt den Brüchen ansehen: für $r \geq 6$ gilt $2r \geq r+6$, aber $r+b < r+b+12$, so dass die Verhältisgleichung nicht gelten kann (entspricht in etwa dem Argument in der Variante B des Punktvorschlags). Das wurde unterschiedlich schwammig oder streng begründet.

Typische Probleme:

- Es wird als Verhältnis r/b betrachtet
- Die Probe fehlt.
- Die Einschränkung auf endlich viele Fälle ($r < 6$) wird nur erwähnt.
- Es werden nur Beispiele angegeben.
- Die Verhältnisgleichung wird ohne Ergebnis verschiedenartig umgeformt.
- Eine Beziehung zwischen der Anzahl der roten bzw. blauen Kugeln vor bzw. nach dem Hinzufügen wird getrennt betrachtet.
- Es wird lediglich richtig festgestellt und begründet, dass die Anzahl der roten Kugeln kleiner als die der blauen sein muss, da sich ansonsten der Anteil nicht verdoppeln kann.

Aufgabe 600845

(mo) Mit der Aufgabenstellung hatten die Schüler keine Probleme. Nur wenige Schüler versuchten eine Begründung dafür zu geben, dass für die in den Skizzen angegebenen längsten bzw. kürzesten Diagonalen tatsächlich die Bedingung längste bzw. kürzeste Diagonale erfüllt sind. Nur einem Schüler gelang ein vollständiger Nachweis. Viele Schüler gaben eine Vermutung an, die sie durch Messung ermittelt haben. Für eine mittelschwere Aufgabe in dieser Klassenstufe entsprechen die Ergebnisse den Erwartungen.

Klasse 9

Aufgabe 600941

(mo) Eine leichte Aufgabe. Das sieht man auch an den erreichten Punktzahlen.

Aufgabe 600942

(mo) Die Aufgabenstellung war – insbesondere durch die Aufteilung in die Beweisrichtungen – gut verständlich.

Aufgabe a) wurde von den meisten gelöst. Häufigster Fehler: Die Aussage, dass im gleichseitigen Dreieck der Abstand von einem inneren Punkt zu einer Ecke kleiner ist als die Seitenlänge, wurde ohne Beweis benutzt. Eine Lösung arbeitete mit der 60°-Drehung des Dreiecks.

Bei Aufgabe b) wurde von fast allen ein indirekter Beweis geführt. Viele benutzten Grenzwertargumente, konnten dann aber den exakten Beweis nicht führen. Weitere Mittel zur Eingrenzung geeigneter Punkte für den Widerspruchsbeweis: (Dreiecks-)Ungleichungen, Kreise und in einem Fall sogar eine Ellipse.

In der Punktverteilung ergab sich eine stärkere Häufung im oberen Mittelfeld.

Aufgabe 600943

(mo) Der Typ von Aufgabe ist extrem schwierig zu korrigieren, da verbreitet bei den Schülern nicht klar ist, wie man so was strukturiert angeht und deshalb viel schwierig zu interpretierende Prosa geschrieben wird.

Anmerkungen zu den abgegebenen Lösungen: p(i) sei der Startplatz von Ziffer i. Verbreitet wurde von "kürzesten Wegen" von p(i) nach i geschrieben, obwohl es mehrere davon gibt, nicht nur "oben herum" und "unten herum". Da in jeder Etappe immer ein i vom Start- zum Zielplatz verschoben wurde (Mischstrategien kamen kaum vor), muss einer der "kürzesten Wege" ohne Blockade sein. Wenn das sauber argumentiert wurde, meist mit $A = \{i : p(i) \geq i\}$ und B=$\{i : p(i) < i\}$ (oder umgekehrt), dann waren die Punkte für den Algorithmus erarbeitet.

Dann musste aber auch noch die Schrittzahl abgeschätzt werden. Sauber lief es, wenn die Summe sum(abs(p(i)-i)) betrachtet wurde. Weniger sauber, wenn von den 60 Schritten in der inversen Permutation ausgegangen und mit Transpositionen argumentiert wurde, dass dies der schlechteste Fall sei. Der Hinweis in der Aufgabenstellung war in diesem Sinne kontraproduktiv, denn man musste nicht zeigen, warum im Fall der inversen Permutation 60 Schritte notwendig sind, was vielleicht den einen oder die andere noch auf die Sprünge in Richtung eines sinnvollen algorithmischen Ansatzes gebracht hätte.

Aufgabe 600945

(mo) Es gab keine (generellen) Missverständnisse der Aufgabenstellung. Mehr als die Hälfte der Teilnehmer und Teilnehmerinnen hat mindestens 4 Punkte erreichen können. Solche Aufgaben sollten dabei sein. Die Aufgabe war gut geeignet und hat differenziert, obwohl es eine eher "Alles oder Nichts Aufgabe" war. Die Lösung konnte auf vielfältige Weise angegeben werden: Teilbarkeitsuntersuchungen mittels verschiedener Restklassen, Anwendung des Extremalprinzips oder unendlicher Abstieg.

Aufgabe 600946

(mo) Schöne Geometrieaufgabe, die viele Zugänge erlaubte. Schön auch die Erfahrung, dass wenigstens die Schüler in der Bundesrunde inzwischen ein breites Arsenal geometrischer Ansätze kennen.

Anmerkungen zu den abgegebenen Lösungen: Wie bezeichnen k – Umkreis von Dreieck DME, S Mittelpunkt von k.

Es gab 5 wesentliche zielführende Argumente

(1) w(FDB)=w(BED)

(2) w(BMD)=120 – äquivalent zu (1)

(3) w(DME)=60 – äquivalent zu (2)

(4) BMDC ist Sehnenviereck – äquivalent zu (2)

(5) w(DSE)=120 – Zentriwinkel zu (3)

Die zu beweisen war allerdings eine Hürde, es konnte daraus aber die Behauptung abgeleitet werden, was 4P. ergab (2 für den "gesehenen" geometrischen Zusammenhang und 2 für die "Finalisierung")

Begründungsansätze:

Ähnlichkeit BDE und FBD – daraus folgt (1) (Musterlösung)

Moving Points → Beweis von (4)

Kreisformel für baryzentrische Koordinaten → (4) (SN 1002)

Finalisiert wurde auch verschieden:

(A) Tangenten-Peripheriewinkelsatz w(MED)=w(MDB) aus (1)

(B) DA schneidet k in Q $\rightarrow$ DQE gleichseitig aus (3) und Peripheriewinkelsatz (SN 1004)

(C) w(DSE)=120 wegen (3), w(EDS)=30 und damit w(SDB)=90 – Tangente, denn steht senkrecht auf dem Radius (SN 1024)

(D) $BD^2 = BM * BE$ und Sehnentangentensatz (SN 1020) – steht aber separat gegen die Behauptungen (1)-(5)

(E) Tangenten-Peripheriewinkelsatz w(DME)=w(BDC)=60° aus (3)

Alternative: Durchrechnen mit Kartesischen Koordinaten (SN 923)

Klasse 10

Aufgabe 601041

(mo) wie 600941

Aufgabe 601042

(mo) wie 600943

Aufgabe 601043

(mo) Aufgabe wurde gut verstanden, Aufgabenstellung passend. Gute Differenzierung im oberen Bereich, wenige im wesentlichen vollständige Lösungen.

Keine einzige Rückführung auf die Aufgabe der vorherigen Stufe! Alle anderen Lösungsteil-Varianten waren vertreten.

Viel Trigonometrie + Analysis; in dieser Kombination ist die notwendige Analysis dann häufig nicht machbar für Schüler und Schülerinnen Kl. 10, aber partiell bekannt. Wenig rein geometrische Lösungen, die keine technisch komplizierten Argumente erfordert hätten.

Einführung eigener Bezeichnungen fällt offenbar auch hier noch schwer.

Aufgabe 601044

(mo) wie 600944

Aufgabe 601045

(mo) wie 600946

Aufgabe 601046

(mo) Die Aufgabe ist ein Satz von Fermat (mit eigener englischer Wikipediaseite), der auch noch die Äquivalenz zu mehreren anderen Aussagen publiziert und auch die Nichtexistenz von nichttrivialen Lösungen von $x^4 + y^4 = z^4$ gefolgert hat. Insofern gab es hier eine Zitierproblematik, die dem Aufgabenausschuss bei Auswahl der Aufgabe wohl nicht bekannt war.

Nur 2 im wesentlichen vollständige Lösungen, davon eine mit Zitat eines verwandten Satzes von Fermat; relativ wenige gute Ansätze.

Klasse 11

Aufgabe 601141

(mo) Die Aufgabe war als Einstiegsaufgabe gut geeignet und differenzierte trotzdem. Einige (für die vierte Runde erstaunlich viele) Schüler machten elementare Fehler bei der Umformung der Gleichungen.

Aufgabe 601142

(mo) Die Aufgabe war klar gestellt, allerdings hat schon die vierseitige Musterlösung nahe gelegt, dass die Bearbeitung recht aufwendig wird. (Zumal auch die Einstiegsaufgabe 1 deutlich mehr Schreibaufwand benötigte als üblicherweise.)

Inhaltlich: Man kann noch nachrechnen, dass dieser minimale Umfang e*f/R beträgt (e und f sind die Diagonalenlängen, R ist der Umkreisradius). Außerdem hat ein Schüler ohne Beweis bemerkt, dass bei einem Viereck PQRS mit minimalem Umfang die Winkel w(APS) = w(BPS) und w(MDC)=w(MCD) überein stimmen (M ist der Umkreismittelpunkt). (Das ist auch korrekt.)

Anmerkungen zu den abgegebenen Lösungen: Die Diskussion um die Lage des Umkreismittelpunktes war deutlich zu schwer und zu aufwendig. Es gab keine vollständige Lösung, und in nur einer Lösung waren die richtigen Ideen für diese Diskussion vorhanden.

Etwa die Hälfte der Schüler sah gar keinen Ansatz, die andere Hälfte konnte zumindest den Zusammenhang zum Sehnenviereck herstellen.

Aufgabe 601143

(mo) Als dritte Aufgabe gehörte das Problem sicher nicht zu den Scharfrichtern, erlaubte aber eine gute Differenzierung und verschiedene Lösungsansätze. Erstaunlich ist die relativ hohe Anzahl Schülerarbeiten, die mit 0 bzw. 1 P. bewertet wurden.

Die Aufgabenstellung regt zu Verallgemeinerungen an. Einer der Korrektoren (Lars Munser) hat beispielsweise bemerkt, dass man immer eine Zerlegung finden kann, bei der die Summen aller r-ten Potenzen mit $r < k(k-1)/2$ in beiden Mengen gleich sind. Weitere Verallgemeinerungen sind möglich.

Viele Schüler argumentierten (mehr oder weniger erfolgreich) verbal, um die Gleichheit der Quadratsummen zu begründen.

Lösungsvarianten:

- Vollständige Induktion nach der Anzahl der Ziffern
- andere Aufteilungen, z.B. mit Hilfe der Bildung "komplementärer" Paare, deren Ziffern sich jeweils zu k+1 ergänzen (teilweise erfolgreich).

Aufgabe 601144

(mo) Sehr gute Einstiegsaufgabe für den zweiten Tag. Insbesondere gab es viele Möglichkeiten die Aufgabe zu lösen:

- Ähnlichkeiten/Verhältnisgleichungen,
- Winkeljagd mit Sehnenvierecken,
- Sinus- und Kosinussatz,
- komplexe Zahlen (der eleganteste Weg).

Aufgabe 601145

(mo) Die vielen Lösungen mit 0 Punkten, auch nicht bearbeitet, zeigen, dass die Aufgabe schwierig war, insbesondere in Klassenstufe 11. In Klassenstufe 12/13 wurde eine gute Differenzierung erreicht. Einige Teilnehmer hatten Schwierigkeiten beim logischen Verständnis der Aufgabenstellung.

Es gab viele Versuche zu beweisen, dass A=3 die gesuchte Lösung ist und Gleichheit nur für x=y=z angenommen werden kann. Die größte technische Schwierigkeit bestand im Nachweis der Allgemeingültigkeit der Abschätzung "linke Seite $\geq$ 2" (also dem Beweis von $A \geq 2$). Hierfür wurden viele verschiedene bekannte Ungleichungen verwendet (Mittelungleichungen, geordnete Folgen, Jensen, Muirhead, ...)

Der Nachweis von $A \leq 2$ (also Angabe eines Beispiels einer Belegung der Variablen, so dass für $A > 2$ der Term einen kleineren Wert als A hat) wurde meist durch Grenzwertbetrachtungen x=y=0, z$\rightarrow$inf geführt.

Eine besonders elegante Lösung, die auch kürzer als die Lösungsvorschläge ist, wird für einen Sonderpreis vorgeschlagen (Startnummer 1231).

Aufgabe 601146

(mo) Gute sechste Aufgabe mit zwei vollen Loesungen in Kl. 11, die im Ansatz sogar differenzierte. Weniger Schüler als erwartet haben überhaupt erfolgreich versucht, eine Lösung zu finden. Dies könnte allerdings auch durch den Umfang von Aufgaben 4 und 5 bedingt sein.

Klasse 12

Aufgabe 601241

(mo) wie 601141

Aufgabe 601242

(mo) wie 601142

Aufgabe 601243

(mo) Diese Aufgabe war als schwere Aufgabe konzipiert und dies hat sich auch bestätigt. Mir gefällt sie nach wie vor gut. Der einzige Minuspunkt ist wohl, dass sie einen "Alles-oder-Nichts"-Charakter hat. 7 von 34 Schülerinnen hatten substantielle Erkenntnisse. Die gefundenen Lösungswege wichen dabei in keinem Falle deutlich von der Musterlösung ab.

Aufgabe 601244

(mo) wie 601144

Aufgabe 601245

(mo) wie 601145

Beiträge zu dieser Auswertung lieferten

jagnow

Ingrid Jagnow
email: ijagnow@arcor.de

koenig

Helmut König, Chemnitz
email: HHW.Koenig@t-online.de

loho

Georg Loho, Landesbeauftragter Bayern
email: info@mo-by.de

mo

Auswertung durch die Koordinatoren der Bundesrunde

unger

Alexander Unger, Humboldt-Universität Berlin
email: unger@math.hu-berlin.de

winter

Bernd Winter, Gymnasium Leipzig-Engelsdorf
email: Winter.Bernd@gymeng.lernsax.de